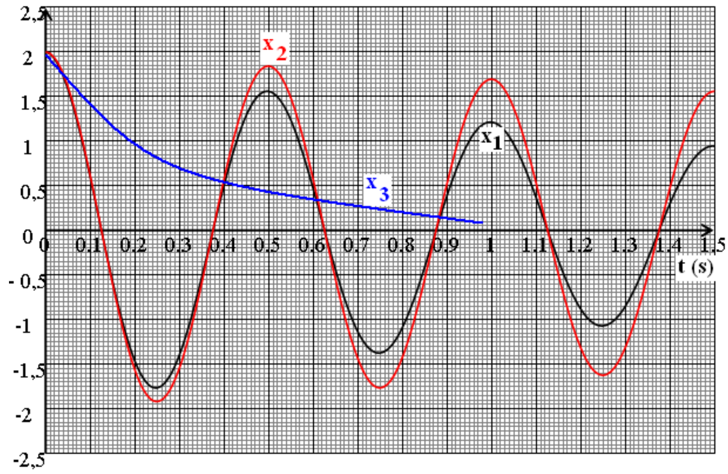


التمرين أول

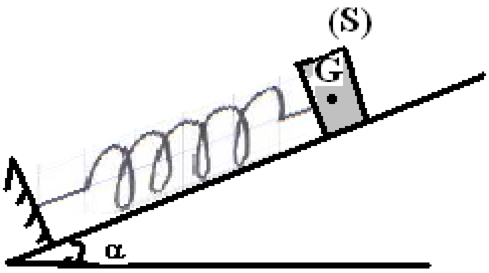
يتكون نواس مرن افقي من جسم صلب مشدود بنابض ثبت ثبت طرفه الآخر بحامل . تمثل المنحنيات التالية تعبير أفصول مركز القصور G للنواس بدلالة الزمن في ثلاث تجارب يغير فيها الاحتكاك فقط

1) أقرن بكل منحنى النظام الموافق.
2) صنف المنحنيات حسب تزايد الاحتكاك
3) هل يشكل أحد هذه المنحنيات نظاما لا دوريا ؟ علل اجابتك.

الحل

1) المنحنى x_1 يمثل نظام شبه جيبي
المنحنى x_2 يمثل كذلك نظاما شبه جيبيا
المنحنى x_3 يمثل نظاما لادوريا ، اما نظام حرج ، أو نظام فوق الحرج
2) بالنسبة للمنحنى x_2 الاحتكاكات ضعيفة ، المنحنى x_1 الاحتكاكات أكبر من السابقة ، المنحنى x_3 الاحتكاكات كبيرة
3) نعم ، المنحنى x_3 ، لأن المتذبذب يرجع الى موضع توازنه دون انجاز أي ذبذبة

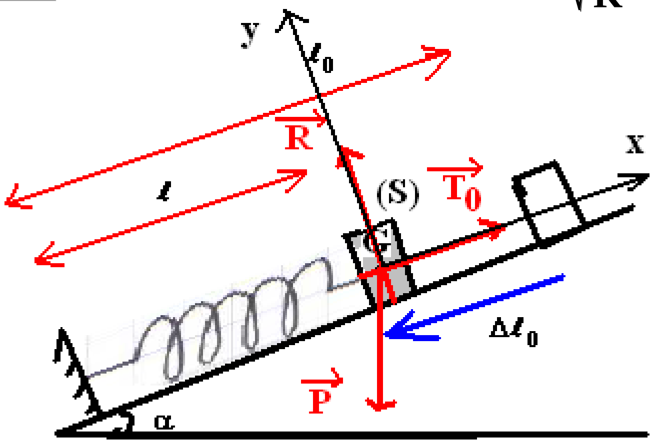
تمرين ثاني



ينزلق جسم صلب (S) كتلته $m = 1kg$ فوق مستوى مائل بزاوية α بالنسبة للخط الأفقي ، الجسم (S) مشدود بنابض ذي لفات غير متصلة ، وصلابته $K = 36N.m^{-1}$ ، وطوله الأصلي $\ell_0 = 15cm$. عند التوازن يساوي طول النابض $\ell = 10cm$

1) أحسب الزاوية α
2) بين أن المعادلة التفاضلية التي يحققها أفصول نقطة من الجسم (S) هي نفسها بالنسبة لحركة تذبذبية أفقية للجسم الصلب ، دورها $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$ ، واستنتج مدة 10 تذبذبات

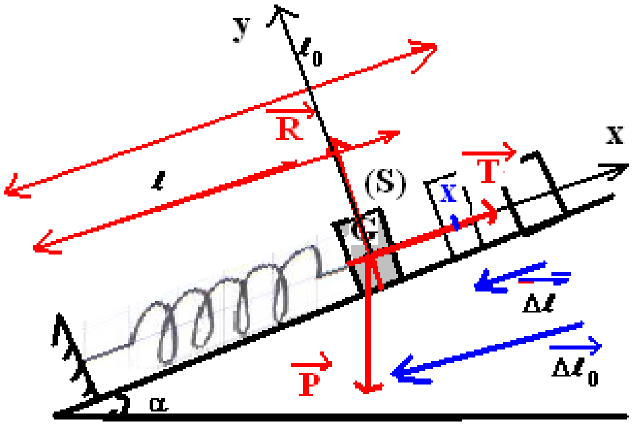
الحل



1) Étudions l'équilibre du corps (S).
Supposons que les frottements sont négligeables
Repère terrestre $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$
Système {corps (S)}
Inventaire des forces extérieures
$\vec{P}$: le poids du corps (S)
$\vec{R}$: la réaction du plan incliné
$\vec{T_0}$: la tension du ressort.
à l'équilibre $\vec{P}+\vec{R}+\vec{T_0}=\vec{0}$
projection sur l'axe (Gx) $-mg\sin\alpha + T_0 = 0 \Rightarrow T_0 = mg\sin\alpha = k.\Delta l_0$
Donc $\sin\alpha = \dfrac{k.\Delta l_0}{mg}$

Application numérique $\sin\alpha = \dfrac{36\times 0.05}{1\times 9.8} = 0.18367 \Rightarrow \alpha = 10.58°$

2) repère terrestre
Système {S}
Inventaire des forces extérieures
$\vec{P}$: poids du corps (S)



$\vec{R}$: réaction du plan incliné

$\vec{T}$: tension du ressort

Deuxième principe de Newton

$\vec{P}+\vec{R}+\vec{T}=m.\vec{a}$

$\vec{T}=-k.\vec{\Delta l}\ ;\ \vec{\Delta l}=\vec{\Delta l}_0+x.\vec{i}=-\Delta l_0.\vec{i}+x.\vec{i}=(x-\Delta l_0).\vec{i}$

$\vec{T}=k(\Delta l_0-x).\vec{i}$ et $\vec{a}=\ddot{x}.\vec{i}$

Projection sur l'axe (Gx)

$$-mg\sin\alpha+0+k(\Delta l_0-x)=m\ddot{x}$$

$$-mg\sin\alpha+k\Delta l_0-kx=m\ddot{x}\ ;\ \text{avec } k\Delta l_0=mg$$

D'où l'équation différentielle du mouvement ; $\ddot{x}+\frac{k}{m}x=0$

الحركة مستقيمية تذبذبية جيبية ن والنواس توافقي

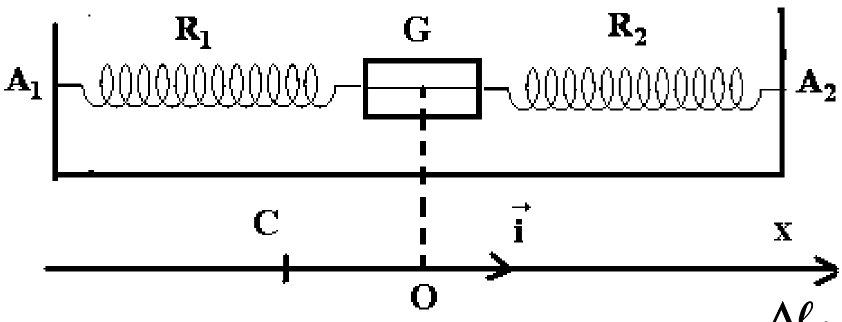
la pulsation propre ; $\omega_0=\sqrt{\frac{k}{m}}$; la période propre $T_0=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

$$T_0=6.28\sqrt{\frac{1}{36}}=1.05s$$

المدة الزمنية الازمة لانجاز 10 تذبذبات هي

la durée de 10 oscillations est $\Delta t=10T_0=10.5s$

__التمرين الثالث جسم مرتبط بنابضين__



نضع خيالا كتلته $m=700g$ فوق نضد هوائي أفقي ونثبته بطرفي نابضين مماثلين (R_1) و (R_2)، صلابتاهما $k=k_1=k_2=20N/m$

الطول الأصلي لكل من النابضين هو : $\ell_{01}=\ell_{02}=18cm$ وعند التوازن تكون لهما نفس الإطالة $\Delta\ell_1=\Delta\ell_2=2cm$.

1) نعتبر الاحتكاكات مهملة ، نزيح الخيال عن موضع توازن بالمسافة OC بحيث ينتقل مركز قصوره G نحو A_1 في الاتجاه A_1A_2 ، ثم نحرره عند اللحظة $t=0$ بدون سرعة بدئية.

1.1) أعط عند اللحظة t تعبير إطالة كل من النابضين بدلالة الأفصول x لمركز القصور G.

2.1) أوجد المعادلة التفاضلية لحركة G.

3.1) أعط تعبير النبض الخاص والدور الخاص لحركة G.

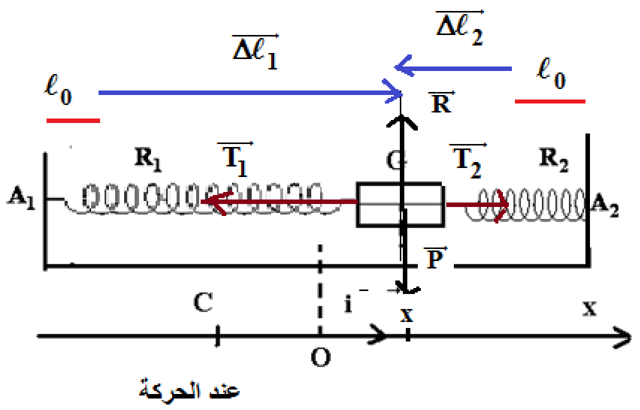
4.1) أكتب المعادلة الزمنية للحركة.

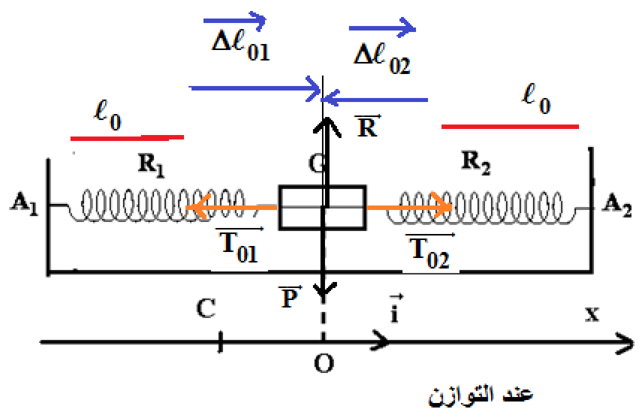
2) نأخذ بعين الاعتبار الاحتكاكات ونقرن بها قوة $\vec{F}=-\alpha.\vec{v}$ ، حيث α ثابتة موجبة و $\vec{v}$ سرعة G.

بين أن المعادلة التفاضلية لحركة الجسم تكتب على الشكل التالي : $\ddot{x}+\frac{\alpha}{m}\dot{x}+2\frac{k}{m}x=0$.

__الحل__

__ملحظة مهمة جدا : لتسهيل الحل من الحسن بان نفترض بأن النابضيين ممددين دائما ، عند السكون أو عند الحركة__





1.1) من خلال الشكلين السابقين يمكن أننبين بأن $\Delta\ell_1 = \Delta\ell_{01} + x$ و $\Delta\ell_2 = \Delta\ell_{02} - x$

2.1) نعتبر الجسم متحرك و في موضع أفصول x ، ونطبق القانون الثاني لنيوتن

المعلم الأرضي $(O,\vec{i})$

المجموعة المدروسة (الخيال).

جرد القوى الخارجية : $\vec{P}$ وزن الخيال ، $\vec{R}$ تأثير النضد الهوائي ، $\vec{T_1}$ تأثير النابض R_1 ، $\vec{T_2}$ تأثير النابض R_2

القانون الثاني لنيوتن $\vec{P}+\vec{R}+\vec{T_1}+\vec{T_2}=m.\vec{a}$

الاسقاط على المحور الأفقي (Ox) : $-T_1+T_2=m.\ddot{x} \quad \Rightarrow -K\Delta\ell_1 + K\Delta\ell_2 = m.\ddot{x}$

ومنه $-K(\Delta\ell_{01}+x)+K(\Delta\ell_{02}-x)=m.\ddot{x}$ أو $-K\Delta\ell_{01}+K\Delta\ell_{02}-2x=m.\ddot{x}$

عند التوازن $(x=0\,;\ddot{x}=0)$ ، أي $-K\Delta\ell_{01}+K\Delta\ell_{02}=0$

فتكون المعادلة التفاضلية $m.\ddot{x}+2Kx=0$

3.1) تعبير النبض الخاص ، نقبل بان حل المعادلة التفاضلية يكتب $x(t)=X_m.\cos(\omega_0.t+\varphi)$ ، بالتعويض في المعادلة التفاضلية

نجد $\omega_0=\sqrt{\dfrac{2K}{m}}$

2) نعتبر الاحتكاكات غير مهملة

نعرف بان قوة الاحتكاك معاكسة لمنحى حركة الجسم

القانون الثاني لنيوتن $\vec{P}+\vec{R}+\vec{T_1}+\vec{T_2}+\vec{F}=m.\vec{a}$

نسقط على المحور الأفقي (Ox)

$-T_1+T_2-\alpha.\dot{x}=m.\ddot{x}$ ، وبتعويض T_1 و T_2 بتعابيرهما كما في الحالة السابقة ، وأخذا بعين الاعتبار حالة التوازن نجد المعادلة

التفاضلية $\ddot{x}+\dfrac{\alpha}{m}\dot{x}+2\dfrac{k}{m}x=0$

ومنه التذبذبات تكون مخمدة